

---

**MATERIAL PEL SEMINARI (Dia I)**


---

**Exercici 1.** Un noi, quan fa els deures, ha de simplificar unes expressions algebraiques. El professor li ha posat un zero! Ho fa de la següent manera:

$$E1) \quad d - 7 - 4 + 10 = d - 3 + 10 = d - 13$$

$$E2) \quad 27 - q - 8 - 8 = 27 - q - 0 = 27 - q$$

$$E3) \quad 18 - 5 - x + 5 - 8 = 18 - x + 8 = 18 + 8 - x = 26 - x$$

$$E4) \quad (14m + 8)/2 - 3 = 14m + 4 - 3 = 14m + 1$$

$$E5) \quad 4b + 7b + 5b^2 = 16bb^2$$

$$E6) \quad (y \cdot x + x)/x = y + x$$

$$E7) \quad \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{x+y}$$

$$E8) \quad (y + x)/x = y$$

$$E9) \quad \frac{3}{x} + \frac{4}{x} = \frac{7}{2x}$$

Pots explicar-li en què ha fallat?

**Exercici 2.** Calculeu:

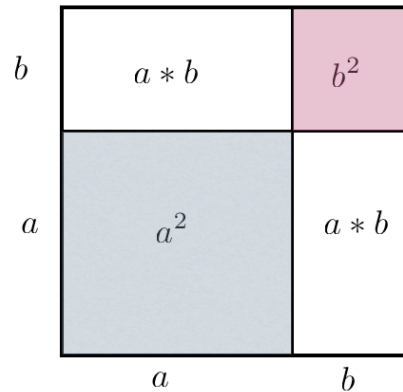
$$a) \quad \sqrt{8} - 2\sqrt{18} + \sqrt{32}$$

$$b) \quad \left[ \left( \sqrt{a + \sqrt{a}} + \sqrt{a - \sqrt{a}} \right) \left( \sqrt{a + \sqrt{a}} - \sqrt{a - \sqrt{a}} \right) \right]^2$$

$$c) \quad 2^{\sqrt{27} - 3\sqrt{48} + \frac{1}{5}\sqrt{45}}$$

$$d) \quad \sqrt[3]{\sqrt[4]{\frac{8}{27}}}$$

**Exercici 3.** Donats dos nombres  $a$  i  $b$ , es pot construir un quadrat de costat  $a+b$  i així demostrar que  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . A partir del dibuix següent:



Construïu els quadrats (o rectangles o cubs) necessaris per a trobar les fórmules de les següents expressions, i escriviu les corresponents fórmules:

a)  $(x + y)(x + z)$

b)  $(a + b + c)^2$

c)  $(a - b)^2$

d)  $(a - b)(a+b)$

e)  $(a + b)^3$  (Atenció: recordeu que  $a^3$  és el volum d'un cub d'aresta  $a$ ; en aquest cas heu d'intentar representar el cub d'aresta  $a+b$ ).

---

**PROBLEMES PEL TREBALL INDIVIDUAL (Dia I)**


---

**Exercici 1.** Simplifiqueu les següents expressions algebraiques:

E1)  $a - (a - 8) + b - 8 - (a + 10)$

E3)  $c + (25 - c + 15) - (25 - c - 15)$

E2)  $17 - (4 - x) + (5 - y) - 15 - 2$

E4)  $35 - a - a - a - a - a + 60$

**Exercici 2.** Simplifiqueu les següents expressions:

a)  $15 - 4(3x - 5) + 2(5 - 7a)$

c)  $3(6 - 5(3b - 4 + c) + 10b) + 2(5b - 2c)$

b)  $3p + 6q - 3(p + 12 + 2q)$

d)  $7(5 - a) + 11(5 - a) - 9(5 - a)$

**Exercici 3.** Compareu les següents expressions, dient quina d'elles és menor o major que l'altra.

E1)  $x + 1$

$x - 10$

E4)  $25 - z$

$25 - 2z$

E2)  $p - 7$

$p - 3$

E5)  $a - 4b$

$a + b$

E3)  $2a + 5$

$3a + 12$

E6)  $3n + 5$

$2n + 30$

**Exercici 4.** A les següents parelles d'expressions algebraiques, indiqueu quantes vegades és major o menor l'una de l'altre.

a)  $16(2n + 3m) - 10(2n + 3m)$  és \_\_\_\_\_ vegades \_\_\_\_\_ que  $6m + 4n$

b)  $36t - 4$  és \_\_\_\_\_ vegades \_\_\_\_\_ que  $18t - 2$

c)  $30c - 60 + 20b$  és \_\_\_\_\_ vegades \_\_\_\_\_ que  $2b + 3c - 6$

**Exercici 5.** Efectueu les següents operacions de la forma més senzilla possible:

a)  $2(17 - 4 \cdot 3) + 5 - 3^3$

c)  $47(4 \cdot 15 - 35) - 17 \cdot 25$

b)  $(9^2 - 7^2) - (9 - 7)^2$

d)  $8 + 2 \cdot 6 - 5 \cdot 6 + 9 \cdot 6 - 4 \cdot 6$

**Exercici 6.** L'Albert juga a la ruleta. A la primera partida perd 35€, a la segona no recorda el que va passar, a la tercera guanya 65€ i a la quarta perd 40€. Completa la següent taula:

Diners que va guanyar o perdre a la segona partida	Diners que va guanyar o perdre en total
+ 40	
- 60	
	+ 50
	- 30



**Exercici 7.** A les següents expressions les lletres indiquen guanys o pèrdues en partides de la ruleta. Trobeu el valor numèric de les expressions, substituint les lletres per els nombre que s'indiquen.

E1)  $p - q + 100$  on  $p = + 70$  i  $q = + 30$

E2)  $a - 3(z - 1)$  on  $a = 20$  i  $z = - 60$

E3)  $3(2 - 3n) - 2(3 - m)$  on  $n = -50$  i  $m = 10$ .

**Exercici 8.** En les següents parelles d'expressions algebraiques, on "m" i "n" són nombres naturals, indiqueu quantes vegades és major o menor una que l'altre.

E1)  $17(2a + 3b) - 11(2a + 3b)$        $4a + 6b$

E2)  $18t - 2$        $36t - 4$

E3)  $5(6b + 9c - 18)$        $3(30c - 60 + 20b)$

E4)  $56(456x - 319y)$        $7(456x - 319y)$

**Exercici 9.** Simplifiqueu les següents expressions:

a)  $\frac{7a - 7b}{7}$       b)  $5x - 2 \cdot \frac{\frac{1}{4} - x}{2 + \frac{1}{5x}}$       c)  $\frac{3 \cdot (b - 1)}{15 \cdot (1 - b)}$       d)  $\frac{n - \frac{n}{3}}{2 + \frac{3}{5}} - n$

e)  $8 \cdot y \cdot \frac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5}}{2 - \frac{9}{2}} - 3y$       g)  $\frac{13a - 13b - 39}{a - b - 3}$       h)  $\frac{a + b}{a^2 - b^2}$       i)  $\frac{26d - 39e + 13}{-d + d^2 + 3de - 3d^2}$

**Exercici 10.** Simplifiqueu les següents expressions:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{a^3 b^2}{a} & \text{d)} \left( \frac{x^{-2}}{y^{-2}} \right)^3 / \left( \frac{2xy}{x^{-5} y^6} \right) & \text{g)} \sqrt{(x-3)^2} \cdot 3^{\frac{-8}{11}} \\ \text{b)} \left( \frac{a}{b^2} \right)^4 & \text{e)} \sqrt[4]{(-3)^4} & \text{h)} \left( \frac{1}{9} \right)^{\frac{-9}{11}} \\ \text{c)} \frac{(-x)^3 + 2x^3}{(-y)^4 + y^4} & \text{f)} \sqrt[3]{(-15)^3} & \end{array}$$

**Exercici 11.** Digueu si aquestes igualtats són certes o no:

$$\begin{array}{l} \text{a)} (x+3)^2 = x^2 + 3^2 \\ \text{b)} \frac{x^p}{x^q} = x^{\frac{p}{q}} \\ \text{c)} \sqrt{2x} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \\ \text{d)} \sqrt{x+2} = \sqrt{x} + \sqrt{2} \end{array}$$

**Exercici 12.** Expressen en forma d'una sola potència:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{5^3 \cdot 5^{-4} \cdot 5^2}{5^4 \cdot 5^{-3}} & \text{b)} \frac{((-3)^5 \cdot 2^5)^3}{(-2)^4 \cdot (-3)^{43}} & \text{c)} \frac{(2^3)^4 \cdot (3^6)^2}{(6^2)^3} \end{array}$$

**Exercici 13.** Opereu dins els nombres reals i doneu el resultat exacte de la forma més simplificada possible de:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sqrt[898989]{(789077)^{898989}} & \text{b)} \pi^{1/7} \cdot \pi^2 \cdot \sqrt[7]{2\pi^6} / \pi \cdot 2^{13/7} \\ \text{c)} \sqrt[77]{23} \sqrt[77]{11} & \text{d)} \sqrt[77]{-23} \sqrt[77]{11} \\ \text{e)} \sqrt[77]{-23} \sqrt[77]{-11} & \text{f)} \left( -\frac{1}{3} \right)^{2003} \sqrt{3}^{2004} \sqrt[3]{3}^{3003} \\ \text{g)} \sqrt{2}^{\sqrt{2}} 2^{-\sqrt{2}} & \end{array}$$

**Exercici 14.** Calculeu les operacions següents expressant el resultat com una única fracció algebraica:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1} & \text{b)} \frac{3}{x^2 + x + 1} + \frac{x^4 + 3}{x+1} \end{array}$$



---

**MATERIAL PEL SEMINARI (Dia II)**


---

**Exercici 1. “Anem al banc...”**

Al barri hi ha dos bancs i hem d'obrir una llibreta d'estalvis. Quina és la millor opció?

	<b>Banc A</b>		<b>Banc B</b>	<b>On anem?</b>
<b>Anual</b>	Ens donen un 20% de l'ingrés que fem i ens descompten un 2% en concepte de comissions sobre l'ingrés inicial.	<b>Anual: oferta 1</b>	Ens donen un 19% de l'ingrés que fem i ens descompten un 1% en concepte de comissions sobre l'ingrés inicial.	
<b>Anual</b>	Ens donen un 20% de l'ingrés que fem i ens descompten un 2% en concepte de comissions sobre l'ingrés inicial.	<b>Anual: oferta 2</b>	Ens donen un 40% de l'ingrés que fem i ens descompten un 16% en concepte de comissions sobre l'ingrés inicial.	
<b>Anual</b>	Ens donen un 20% de l'ingrés que fem i ens descompten un 2% en concepte de comissions sobre l'ingrés inicial.	<b>Trimestral</b>	Ens donen un 5% cada trimestre i ens descompten un 0,5% al final de l'any en concepte de comissió sobre l'ingrés inicial.	
<b>Mensual</b>	Ens donen un 2% cada mes i ens descompten un 1% al final de l'any en concepte de comissió sobre l'ingrés inicial.	<b>Trimestral</b>	Ens donen un 5% cada trimestre i ens descompten un 0,5% al final de l'any en concepte de comissió sobre l'ingrés inicial.	
<b>Setmanal</b>	Ens donen un 0,3% cada setmana i ens descompten una comissió del 1% sobre l'ingrés inicial.	<b>Setmanal</b>	Ens donen un 0,6% cada setmana i ens descompten una comissió del 1% sobre el capital final.	



**Exercici 2.** Trobeu les solucions de:

- 1)  $(x + 2)(3x - 2) = 0$
- 2)  $3x^2 + 4x - 4 = 0$
- 3)  $(x + 2)(3x - 2) = 3$

**Exercici 3:** Un tema interessant de càlcul amb arrels és el de la racionalització. Imaginem que en el denominador d'una fracció tenim una diferència d'arrels  $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ ; si multipliquem numerador i denominador per la suma de les arrels, veurem que les arrels desapareixen del denominador... us proposem que feu els següents càlculs:

a)  $\frac{4}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right) =$

b)  $\frac{3}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \right) =$

c) Demostreu que  $\sqrt{3} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

d) En quines circumstàncies  $\sqrt{K} - \sqrt{T} = \frac{4}{\sqrt{K} + \sqrt{T}}$

**Exercici 4.** Un home tenia cent litres de vi en una bóta. Va agafar una gerra i va omplir-la amb vi de la bóta. A continuació va afegir aigua a la bóta fins que va tornar-hi a haver cent litres, però ara d'aigua i vi barrejats. Va tornar a omplir la gerra amb la mescla de la bóta i va reomplir altre cop la bóta amb aigua. Llavors es va descobrir que a la bóta hi havia la mateixa proporció de vi que d'aigua. Quina era la capacitat de la gerra?



---

**PROBLEMES PEL TREBALL INDIVIDUAL (Dia II)**


---

**Exercici 1.** Resoleu les equacions següents:

$$1) 2(x-4)=3(x-6)$$

$$2) \frac{b}{3} - \frac{b}{12} + \frac{1}{4} = 1$$

$$3) \frac{x-1}{4} - \frac{x-9}{2} = \frac{1}{8} \left( \frac{x-5}{4} - \frac{14-2x}{6} \right) + \frac{43}{24}$$

$$4) \frac{2x}{x+2} = 2 - \frac{x+2}{2x}$$

$$5) \frac{3x-1}{2} - \frac{x^2+1}{x} + \frac{2-x^2}{2x} = -\frac{1}{2}$$

**Exercici 2.** Resoleu les equacions següents:

$$1) 0 = 1,06 \cdot x + 50$$

$$6) \frac{1,1}{x+1} = 9$$

$$2) 0 = 3 + \frac{1}{x}$$

$$7) 0 = \frac{5 \cdot x + 2}{x}$$

$$3) 0 = (x-1) \cdot x \cdot (x+2)$$

$$4) 0 = \sqrt{x+1}$$

$$8) 0 = \sqrt{\frac{x+5}{x}}$$

$$5) 0 = -\sqrt{0,5 \cdot x}$$

**Exercici 3.** Resoleu les equacions següents:

$$1) 3 = \sqrt{x-1}$$

$$2) 0 = x^3 + 4$$

$$3) 3 = \frac{-1}{x-3}$$

$$4) -5 = -\frac{1}{3} \cdot x$$

$$5) -1 = \sqrt{x^2+1}$$

$$6) 0 = 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x$$

$$7) 2 = \sqrt{\frac{x+10}{x}}$$

$$8) 2 = 10 - 2 \cdot \sqrt{x}$$

$$9) -5 = \frac{5 \cdot x + 2}{x}$$

$$10) -6 = 3 \cdot x^2 - 5$$

**Exercici 4.** Calculeu, mentalment, les quantitats següents:

- 1) 40% de 1000 =
- 2) 10% de 400 =
- 3) 60% de 400 =
- 4) 25% de 2500 =
- 5) 50% de 3424 =

**Exercici 5.** A vegades, en resoldre equacions que tenen arrels apareixen solucions “falses”. Estudiarem a continuació una mica més aquest fenomen:

a) Calculeu  $\sqrt{4}, \sqrt{19}, \sqrt{9}, \sqrt{-4}, \sqrt{-25}$

b) Resoleu  $\sqrt{x-4} = \sqrt{x+5} - 9$

c) Resoleu  $\sqrt{x-4} = 9 - \sqrt{x+5}$

d) Intenteu trobar una equació similar a les anteriors que no tingui solució.

**Exercici 6.**

Un concessionari d'automòbils va pujar les tarifes un 8% al mes de febrer. Com que les vendes no anaven gaire bé, al mes d'abril va anunciar un descompte dels dos i mig per cent. Si un cotxe costava, al gener, 12.500 euros, quant costa a l'abril? Quin percentatge ha carregat el concessionari respecte del mes de gener?

---

**MATERIAL PEL SEMINARI (Dia III)**


---

**Exercici 1.** Supposeu que un vehicle és desplaça en línia recta a velocitat constant. Supposeu també que el vehicle s'ha allunyat 15 kilòmetres del punt de sortida en 25 minuts. Digueu quina funció dóna l'espai recorregut,  $e(t)$ , en termes del temps transcorregut si:

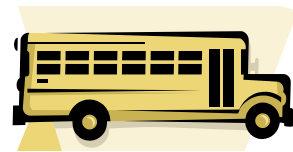
- L'espai  $e(t)$  es mesura en kilòmetres i el temps es mesura en hores. Quina és la velocitat en aquestes unitats?
- L'espai  $e(t)$  es mesura en metres i el temps es mesura en segons. Quina és la velocitat en aquestes unitats?

**Exercici 2.** En el conte núm. 7 de *Jo Robot* de l'Isaac Asimov, al *Cervell* se li planteja el següent trencaclosques: “si una gallina i mitja ponen un ou i mig en un dia i mig, quants ous pondran nou gallines en nou dies?”:

- Quina creieu que és la resposta?
- Quina creieu que és la funció que relaciona el nombre d'ous amb el nombre de gallines i el nombre de dies?

**Exercici 3. PREPARACIÓ DEL VIATGE FINAL DE CURS DE 4t ESO**

Els 30 alumnes de 1er ESO volen començar a estalviar diners per al viatge de final de curs de 4rt ESO. Tenen previst marxar una setmana a l'**octubre del 2014** a Paris.



Han fet un càlcul aproximat de les despeses d'un alumne:

Transport	Allotjament (pensió completa)	Lloguer bicis	Museus, excursions, etc.	TOTAL.
150 €	50 €/dia x 5 dies = 250 €	50 €	150 €	<b>600 €/pers.</b>

Per anar bé, haurien de tenir els diners disponibles al octubre del 2014. Podrien començar a estalviar-los aquest proper octubre 2011 però encara no saben com.

Estan considerant la idea de fer un primer pagament ara (per exemple de 200 €/persona) i invertir-ho en un pla d'estalvis en el *Banc Estalviador* que és el banc que utilitza l'AMPA de l'escola. Aquest banc té 4 ofertes de plans d'estalvis a 3 anys que detallem a continuació:

<p style="text-align: center;"><b>PLA D'ESTALVIS A</b></p> <p>Ens donen un <b>10%</b> del capital anualment i ens descompten al final de tot el <b>1,5%</b> de l'ingrés inicial a l'octubre de l'<b>any 2011</b> en concepte de comissions.</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLA D'ESTALVIS B</b></p> <p>Ens donen un <b>3%</b> del capital trimestralment i ens descompten al final de tot el <b>3%</b> de l'ingrés inicial a l'octubre de l'<b>any 2011</b> en concepte de comissions.</p>
<p style="text-align: center;"><b>PLA D'ESTALVIS C</b></p> <p>Ens donen un <b>1,8%</b> del capital trimestralment i ens descompten al final de tot el <b>1%</b> de l'ingrés inicial a l'octubre de l'<b>any 2011</b> en concepte de comissions.</p>	<p style="text-align: center;"><b>PLA D'ESTALVIS D</b></p> <p>Ens donen un <b>0,7%</b> del capital mensualment i ens descompten al final de tot el <b>1%</b> de l'ingrés inicial a l'octubre de l'<b>any 2011</b> en concepte de comissions.</p>

**Els alumnes de 1r d'ESO us demanen que estúdieu la situació i els escriviu una recomanació sobre què poden fer per estalviar els diners per al viatge. En concret ens pregunten:**

- (a) Quin guany absolut obtindran amb cada pla si l'aportació inicial és de 200 €/persona? I percentual?
- (b) Si es pogués duplicar l'aportació inicial (400 €/persona), com canvia el capital final? I el guany absolut? I el guany percentual?
- (c) Quin és el millor pla i per què?
- (d) Si un alumne marxa a 2n ESO o 3r ESO quants diners haurem de tornar-li?
- (e) Quina aportació inicial seria necessària per tal d'aconseguir els 600 € en 3 anys?

---

**PROBLEMES PEL TREBALL INDIVIDUAL (Dia III)**


---

**Exercici 1.** Comproveu si els valors que us donen són solucions de les equacions:

- a)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$                        $x = 8, x = 2, x = -1$   
 b)  $\frac{3t}{2t+t^2} - \frac{1}{t} + \frac{4}{2+t} = 0$                        $t = 1, t = -1/3$   
 c)  $3^{1-a^2} = \frac{1}{27}$                                        $a = 2, a = 0, a = -2$   
 d)  $5a - 3b = -4$  i  $3a - b = 0$  ( $a = 1, b = 3$ ), ( $a = 2, b = 6$ )

**Exercici 2.** Donada la funció  $f(x) = x^3 + 5x - 4$ , calculeu  $f(2)$ ,  $f(-2)$ ,  $f(0)$  i  $f(-\sqrt{5})$

**Exercici 3.** Donada la funció  $g(x) = \frac{x - \sqrt{2}}{2}$ , calculeu  $g(0)$ ,  $g(2)$ ,  $g(3\sqrt{2})$  i  $g(\sqrt{3})$

**Exercici 4.** Calculeu

$$h(a), \quad h\left(\frac{1}{b}\right), \quad \frac{1}{h(y)}, \quad h(a^2), \quad h(x)^2$$

per cadascuna de les funcions següents:

- a)  $h(x) = x + 5$   
 b)  $h(x) = \frac{x}{x+3}$   
 c)  $h(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$   
 d)  $h(y) = \frac{1}{y}$   
 e)  $h(x) = \frac{1}{x^2} + 4$

**Exercici 5.** Sabem que una *funció* és una correspondència que s'estableix, normalment, entre nombres reals. També sabem que l'expressió  $y(x) = x^2 - 1$  que relaciona la variable  $y$  amb la variable  $x$  és una funció. Si en aquesta funció s'aïlla la variable  $x$  en termes de  $y$ , s'obté una funció? Per què?



---

**MATERIAL PEL SEMINARI (Dia IV)**


---

**Comanda 1: Una associació juvenil**

Des de fa uns anys, l'esplai del barri estampa i ven samarretes per finançar part de les seves activitats. Per evitar problemes de *stock*, només fan samarretes per encàrrec. Porten uns quants anys amb aquest finançament. Segons el que venen cada mes, obtenen diferents beneficis mensuals. Per aquest motiu ens han demanat si els podem ajudar a determinar què han de fer per obtenir els beneficis que desitgen:

1. Què han de fer per obtenir uns 800 € de benefici al mes d'agost (on s'acostuma a vendre poc)? Han d'apujar el preu? De quant?
2. Què han de fer per obtenir uns 3000 € de benefici al setembre (que és quan es ven més)? Han d'apujar el preu? De quant?

**Ens han facilitat informació dels últims mesos en una taula:**

*Les samarretes costen 2.50 € la unitat i, de moment, les estan venent a 5.20 €.*

*Han de pagar al districte un lloguer de 300 € al mes.*

*Any 2010*

Mes	Març	Abril	Maig	Juny	Juliol	Agost	Setembre
Samarretes venudes	513	100	260	329	498		
Ingressos Totals (€)	2667.6	520	1352	1710.8	2589.6		
Costos Totals (€)	1582.5	550	950	1122.5	1545		
Benefici (€)	1085.1	-30	402	588.3	1044.6		

### Comanda 2: Una fabrica de samarretes

Hem rebut la consulta d'una fàbrica que fabrica i ven material d'esport.

Fabriquen un tipus especial de samarreta i ens demana que estudiem el seu negoci i que els hi fem propostes per millorar la seva rendibilitat, en particular:

- (1) quantes samarretes han de vendre per obtenir 7000 € de benefici?
- (2) quin és el benefici màxim que poden obtenir?.

*La seva producció mensual es troba entre 1500 i 8000 unitats.*

*Sabem que el lloguer mensual del local és de 2200 €.*

Una altra informació addicional a considerar és que el cost de fabricació d'una samarreta ja no és constant, sinó que creix amb el nombre de samarretes produïdes. Per a produccions petites, el cost (matèria prima i mà d'obra) és de 2.5 € per unitat. Però quan es produeixen més de 1000 unitats, cal pagar despeses extres d'estoc i de transport. Un anàlisi de costos va posar de manifest que el cost de cada samarreta depèn de la producció total  $x$  segons la fórmula:

$$c = 10^{-4} \cdot x + 2.5$$

$x$  = nombre de samarretes venudes

MES	Gener	Febrer	Març	Abril	Maig	Juny
Samarretes venudes	3886	5900	6093	5450	4660	6670
Ingressos Totals	15544	23600	24372	21800	18640	26680
Costos Totals	13425	20431	21145	18795	16022	23324



---

**PROBLEMES PEL TREBALL INDIVIDUAL (Dia IV)**

---

**Exercici 1.** Escriviu **dues equacions** de segon grau que tingui com a solucions 5 i -5. Escriviu-ne una altra que tingui com a solucions el valor 2 i 3.

**Exercici 2.** La suma dels inversos de dos nombres enters consecutius és  $5/6$ . Trobeu-los.

**Exercici 3.** Considerem la paràbola d'equació  $f(x) = x^2 - 4x + 5$ .

- a) Existeix algun valor de  $x$  tal que  $f(x) = 0$ ? I algun valor de  $x$  tal que  $f(x) = 10$ ?
- b) Utilitzeu la resposta a l'apartat anterior per a determinar el vèrtex de la paràbola.

**Exercici 4.** Resoleu les inequacions següents, doneu la solució de forma gràfica i analítica:

- a)  $x^2 + 2 \geq 0$ .
- b)  $x^2 \leq 2$ .
- c)  $x^2 + 2x + 4 \geq 0$ .
- d)  $x^2 + 2x - 5 \geq 0$ .

**Exercici 5.** Considerem dues empreses de telèfon amb diferents sistemes de tarifes:

$$y_1 = 0,60 + 0,10t.$$

$$y_2 = 0,90 \text{ si } t < 30, \quad y_2 = 0,90 + 0,20(t - 30) \text{ si } t > 30$$

- (a) Representar gràficament les funcions que expressen, per cada companyia, el preu de la trucada en funció de la seva duració  $t$  en segons. Determinar la tarifa més barata.
- (b) Una empresa fa el 30% de trucades de 30 segons i un 70 % de trucades de 65 segons. Quina tarifa li interessa més?



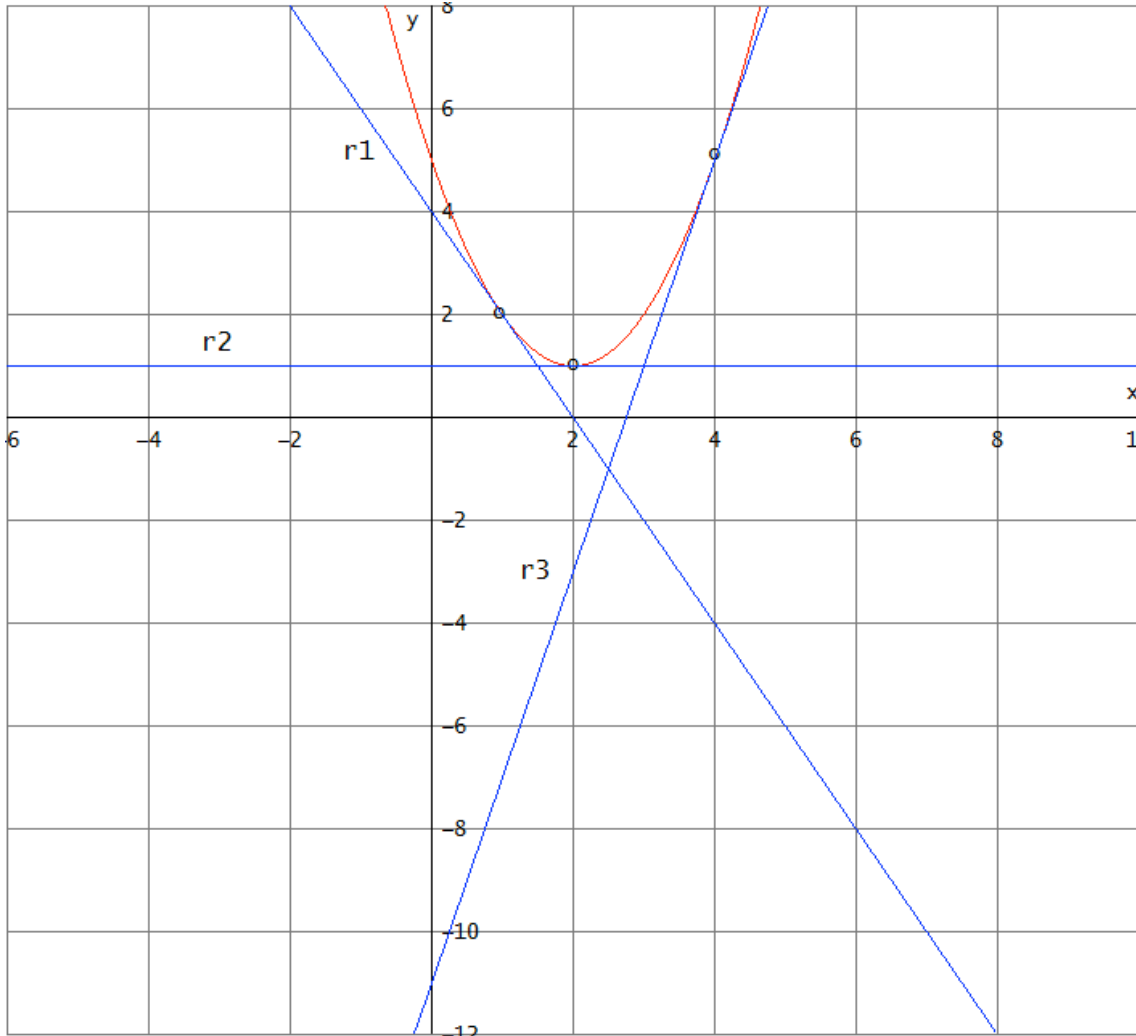
---

**MATERIAL PEL SEMINARI (Dia V)**


---

**Exercici 1.** En el gràfic següent teniu una corba  $y = f(x)$  i tres rectes ( $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ) en un pla cartesià graduat.

- Trobeu el pendent de les tres rectes.
- Les rectes són geomètricament tangents a la corba en els punts marcats amb un petit cercle. Tenint en compte això, trobeu la derivada de la funció en els punts  $x = 1$ ,  $x = 2$  i  $x = 4$ ; és a dir, trobeu  $f'(1)$ ,  $f'(2)$  i  $f'(4)$ .
- Sabent que l'expressió de la funció és  $y = x^2 - 4x + 5$ , trobeu la derivada de la funció  $y'(x)$  i a continuació avalueu-la a  $x = 1$ ,  $x = 2$  i  $x = 4$ .



**Exercici 2.** Donada la funció  $f(x) = \frac{x^2 - 4x - 4}{x}$ , se'ns informa que hi ha *dues* rectes de pendent  $m=2$  que són tangents a la corba de la funció. Trobeu l'equació d'aquestes dues rectes.

**Exercici 3.** Un empresari estima que el cost,  $C$ , de producció i emmagatzament de  $x$  unitats d'un producte ve donat per:

$$C(x) = 2x + \frac{300000}{x}, \text{ amb } 1 \leq x \leq 300.$$

$x$  no pot ser superior a 300 perquè el camió de repartiment no pot transportar més de 300 unitats:

- Trobeu la mida de la comanda que minimitza els costos.
- Es podria disminuir el cost substituint el camió per un altre que pogués transportar 400 unitats? Raoneu la resposta.

**Exercici 4.** A l'exercici 1 del **MATERIAL PEL SEMINARI (Dia III)**:

Suposeu que un vehicle és desplaça en línia recta a velocitat constant. Suposeu també que el vehicle s'ha allunyat 15 kilòmetres del punt de sortida en 25 minuts. Digueu quina funció dóna l'espai recorregut,  $e(t)$ , en termes del temps transcorregut si:

- L'espai  $e(t)$  es mesura en kilòmetres i el temps es mesura en hores. Quina és la velocitat en aquestes unitats?
- L'espai  $e(t)$  es mesura en metres i el temps es mesura en segons. Quina és la velocitat en aquestes unitats?

s'ha vist que la funció que dóna l'espai recorregut per part d'un vehicle que es desplaça en línia recta a velocitat constant ve donada per:

- $e(t) = 36t$  quan la velocitat de desplaçament es mesura en km/hora;
- $e(t) = 10t$ , quan la velocitat es mesura en m/seg.

La velocitat *instantània* es defineix com l'espai recorregut (canvi, o increment, de la funció espai) dividit pel temps que s'ha trigat a fer el desplaçament quan aquest temps és molt i molt petit. En expressió matemàtica:

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e(t+h) - e(t)}{h} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e(t)}{\Delta t} = \frac{d e(t)}{d t} = e'(t).$$

És a dir, la velocitat és la derivada respecte del temps de la funció espai recorregut.

Si des del terrat d'un edifici es deixa caure una pedra, se sap que la quantitat de metres que ha caigut ve donada, molt aproximadament, per l'expressió:

$$e(t) = \frac{1}{2} 9,8 t^2 \text{ (t mesurat en segons).}$$

Trobeu:

- La velocitat de caiguda al cap de 1 seg. d'haver deixat l'objecte.
- La velocitat de caiguda al cap de 3 seg. d'haver deixat l'objecte.
- Quants metres ha hagut de caure perquè la velocitat sigui de 19,6 m/seg.?
- Sabent que la pedra es deixa anar des d'una alçada de 60m., trobeu la velocitat en el moment d'impactar contra terra.

---

**PROBLEMES PEL TREBALL INDIVIDUAL (Dia V)**


---

**Exercici 1.** Deriveu les funcions següents:

- |      |                                       |       |   |
|------|---------------------------------------|-------|---|
| i.   | $f(x) = x^2 - 4x + 5$                 | v.    | $p(x) = x^{-1/2} + \sqrt{x}$                    |
| ii.  | $f(t) = t^2 - 4t + 5$                 | vi.   | $q(x) = \left(\frac{x^3}{x^5}\right)^2 + x^\pi$ |
| iii. | $g(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x}$       | vii.  | $r(t) = t^a + 4t^5 + \sqrt{2}$                  |
| iv.  | $h(y) = \frac{y^2 - 4y + 5}{y^2} - 3$ | viii. | $s(x) = \sqrt{x} (1 + x^2)$                     |

**Exercici 2.** Trobeu la derivada de  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Avalueu el valor de la funció derivada en  $x = -1, 0, 1$ . Raoneu els resultats obtinguts.

**Exercici 3.** Fent servir la regla de la cadena, trobeu les derivades  $\frac{d f(t)}{d t}$  sabent que:

- $f(x) = \sqrt{x}$ , amb  $x = 2t^4 + t^2$ . (Òbviament, això és equivalent a demanar la derivada de  $f(t) = \sqrt{2t^4 + t^2}$ ).
- $f(x) = x^{70}$ , amb  $x = 2t^3 - 1/t$ .

**Exercici 4.** Trobeu les derivades de les següents funcions:

- $f(x) = \sqrt[5]{2x^3 - 4x - 3}$
- $f(x) = \sqrt{(3 - \sqrt{x^2 - 4x})}$