- Deduiu la fòrmula de les solucions de l'equació de segon grau $ax^2 + bx + c = 0$ en el cas $a > 0$ i en el cas $a < 0$.
- Demostreu que si a és un nombre parell, llavors a^2 també ho és (a parell $\Longrightarrow a^2$ parell).
- Demostreu que si a^2 és un nombre parell, llavors a també ho és (a^2 parell $\Longrightarrow a$ parell).
- Demostreu que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- Demostreu que si a és un múltiple de 3, llavors a^2 també ho és (a múltiple de tres $\Longrightarrow a^2$ múltiple de tres).
- Demostreu que si a^2 és un múltiple de 3, llavors a també ho és (a^2 múltiple de tres $\Longrightarrow a$ múltiple de tres).
  AJUDA: si un nombre no és múltiple de 3, aquest nombre pot ser de la forma $3k+1$ o bé $3k+2$.
- Demostreu que $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.
- Calculeu i demostreu per inducció el valor de la suma dels n primers nombres, $S_a = \sum_{i=1}^{n} i$.
- Calculeu i demostreu per inducció el valor de la suma dels n primers termes d'una progressió geomètrica $S_g = \sum_{i=0}^{n} r^i$.
- Demostreu per inducció que per tot nombre $n \in \mathbb{N}$, $\sqrt{n}$ es pot dibuixar amb un regle numerat i un compàs.
- Demostrar que per a tot $n \in \mathbb{N}$, es compleix:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

- Calculeu el valor de $1 + 3 + \ldots + (2n-1)$ per a tot $n \in \mathbb{N}$ i demostreu-ho.
- Demostrar que $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ és múltiple de 9, per a tot $n \geq 1$.
- Demostrar que per a tot $n \geq 1$, $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \ldots + \dfrac{1}{2^n} < 1$.

Núria Parés, Francesc Pozo, Yolanda Vidal

- Demostrar que per a tot $n \in \mathbb{N}$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \frac{n}{n+1}.$$

- Demostreu que es compleix:
  - $e^{(\theta_1+\theta_2)i} = e^{\theta_1 i} + e^{\theta_2 i}$.
  - $e^{-\theta i} = 1/e^{\theta i}$.

- Siguin, z i u dos nombres complexos. Demostreu que:
  - $\overline{z+u} = \overline{z} + \overline{u}$.
  - $\overline{zu} = \overline{z}\,\overline{u}$.
  - $|\overline{z}| = |z|$.
  - $z\overline{z} = |z|^2$.
  - $|zu| = |z||u|$, $\arg(zu) = \arg(z) + \arg(u)$.
  - $|\frac{z}{u}| = \frac{|z|}{|u|}$, $\arg(\frac{z}{u}) = \arg(z) - \arg(u)$.

- Demostreu que si $z = z_1 + z_2 i \in \mathbb{C}$, $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ llavors
  - $z + \overline{z} = 2z_1 = 2\mathrm{Re}(z)$.
  - $z - \overline{z} = 2z_2 i = 2i\mathrm{Im}(z)$.
  - $z \cdot \overline{z} = z_1^2 + z_2^2 = |z|^2$.

- Donat un nombre complex $z = z_1 + z_2 i$, $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$, calculeu $\dfrac{1}{z}$ fent les operacions en forma binòmica.

- Enuncieu i demostreu la fòrmula de Moivre.

- Sigui $z = r_\theta$. Doneu la fòrmula que permet calcular les arrels n-èssimes de z. Demostreu que la fòrmula és correcta.

- Calculeu les arrels quadrades, cúbiques i quartes de la unitat.

- Sigui z un nombre real positiu, i z_1 la seva arrel vuitena que té l'argument principal dins l'interval $(0, \frac{\pi}{2})$. Demostreu que $\mathrm{Re}(z_1^3) = -\mathrm{Im}(z_1^3)$.

- Utilitzant la definició de $e^{\theta i}$, trobeu les expressions per a $\sin(2\theta)$ i $\cos(2\theta)$. *Ajuda: utilitzeu que* $e^{2\theta i} = e^{\theta i} \cdot e^{\theta i}$

- Utilitzant la definició de $e^{\theta i}$ i de $e^{-\theta i}$, trobeu les expressions per a $\sin(\theta)$ i $\cos(\theta)$ en funció de $e^{\theta i}$ i de $e^{-\theta i}$.